

УДК 621.774.6

Федоринов В. А.  
Гаврильченко О. А.  
Завгородний А. В.  
Зеленский А. С.

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА НА УЧАСТКЕ ПРАВИЛЬНО-ТЯНУЩИХ УСТАНОВОК НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ

В последние десятилетия одним из основных способов получения слябов является способ разливки стали на радиальных и криволинейных слябовых машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) (рис. 1) [1]. Технология непрерывной разливки стали на слябы вошла в фазу совершенствования отдельных технологических элементов и оптимизации функционирования МНЛЗ со всей производственной цепочкой металлургического завода. При этом развитие процессов непрерывного литья слябов происходит в условиях ужесточающейся конкурентной борьбы на мировом рынке, основными требованиями которого являются повышение качества продукции при одновременном снижении ее себестоимости [1, 2].

Из года в год совершенствуется конструкция машин, а также технологические режимы получения заготовок в направлении повышения их качества и производительности. Одним из основных показателей качества слябов является их продольная кривизна, вследствие чего практически все слябы подвергаются правке на участке правильно-тянущих машин. Постоянный рост требований к качеству обуславливает необходимость совершенствования технологических режимов правки, что в свою очередь, предъявляет дополнительные требования к методам расчета соответствующих технологий и оборудования [1].

Целью данной работы является разработка математической модели для определения напряженно-деформированного состояния металла по высоте поперечного сечения заготовки, подвергаемой правке изгибом на участке правильно-тянущих установок непрерывного литья, а также основных показателей качества.

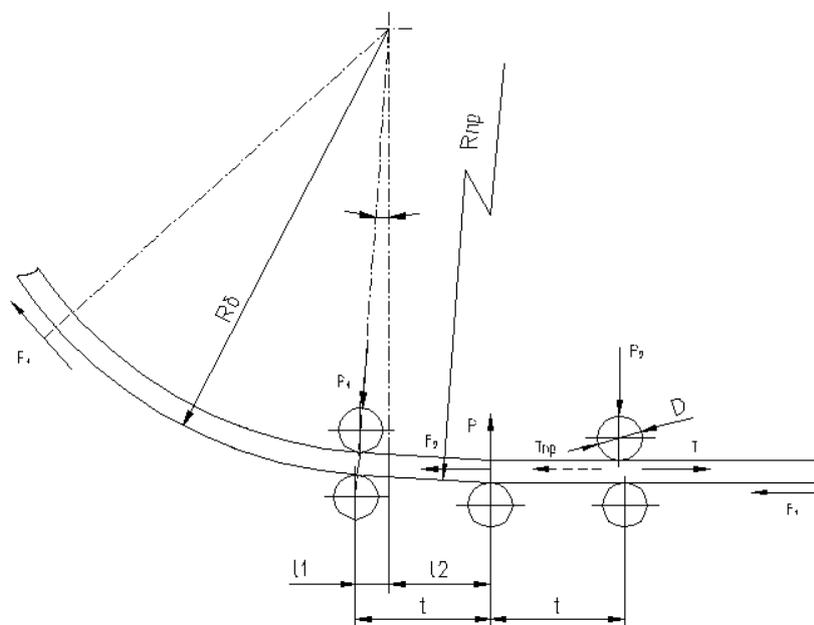


Рис. 1. Принципиальная схема машин непрерывной разливки

Правка сляба на участке правильно-тянущих машин слябовых МНЛЗ может быть осуществлена посредством многократного упругопластического изгиба. В текущий момент времени изгиб непрерывно-литой заготовки в правильно-тянущих роликах аналогичен изгибу

в штампе с симметричной схемой нагружения. В соответствии с этим рассмотрим математическую модель напряженно-деформированного состояния металла при правке слябов изгибом на участке правильно-тянущих роликов слябовых МНЛЗ. В основу этой модели положено численное рекуррентное решение конечно-разностной формы условия статического равновесия выделенного элементарного поперечного сечения сляба. В соответствии с этим, рассматриваемая расчетная схема (рис. 2), включает в себя исходное состояние заготовки, характеризуемое толщиной  $h$  и исходной кривизной  $\chi_0$ , нагруженное состояние с текущей кривизной  $\chi_1$  и прогибом опорной системы  $W$ , и конечное состояние, которое характеризуется остаточной кривизной  $\chi_{ост}$ . С точки зрения напряженно-деформированного состояния металла каждое отдельное сечение может быть охарактеризовано продольными составляющими относительных деформаций растяжения-сжатия, а также соответствующими им нормальными тангенциальными напряжениями. Влиянием деформаций сдвига и связанными с ними касательными компонентами тензора напряжений пренебрегаем, что позволяет использовать гипотезу плоских сечений и существенно упрощает аналитическое описание условия связи деформаций и напряжений.

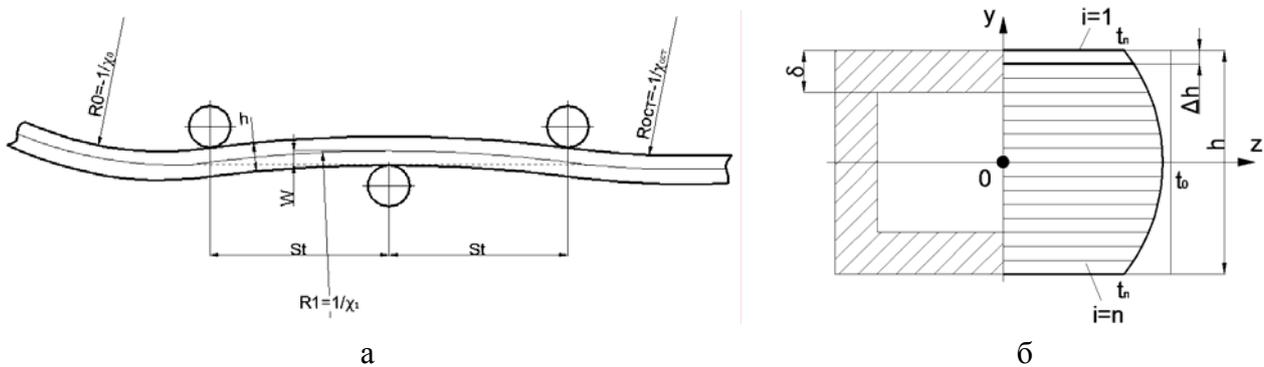


Рис. 2. Технологическая схема правки сляба изгибом

Непосредственно математическое моделирование заключается в разбиении поперечного сечения сляба на элементарные поперечные сечения с порядковыми номерами  $I = 1 \dots n$  и последующем определении их геометрических характеристик (см. рис. 2, б):

$$\Delta h = h/n; \Delta b = b/n; \quad (1)$$

$$y_i = h/2 + \Delta h(i - 0,5). \quad (2)$$

Толщину корки сляба вычисляем по формуле [1]:

$$\delta = K \cdot \sqrt{L/V}, \quad (3)$$

где  $\delta$  – толщина корки, мм;

$K = 23 - 34$  – коэффициент кристаллизации, мм/мин<sup>1/2</sup>;

$L$  – расстояние вдоль технологической оси от мениска кристаллизатора до рассматриваемой точки, м;

$V$  – скорость движения заготовки, м/мин.

Температура поверхности сляба принимается постоянной на отрезке между соседними роликами и соответствует заданному режиму охлаждения. Предполагаем, что температура по толщине корки изменяется линейно от температуры поверхности до температуры солдуса [1]:

$$t_{y_i} = t_n + (1500 - t_n) \cdot \left( \frac{h/2 - |y_i|}{\delta} \right)^{a_t}, \quad (4)$$

где  $t_n$  – температура металла на поверхности заготовки.

Приняв допущение о соответствии линии упругопластического изгиба дуге окружности, определим радиус кривизны средней линии (см. рис. 2, а):

$$R_1 = St^2 + h \cdot W + W^2/2 \cdot W, \quad (5)$$

где  $St$  – шаг опорной системы;  
 $W$  – величина прогиба.

Количественные оценки относительных деформаций напряжения-сжатия могут быть получены исходя из чисто геометрического решения изогнутого сляба, имеющего начальную кривизну  $\chi_0$ . [2]

$$\varepsilon_{y_i} = \frac{(1 + \chi_1 \cdot y_i) \cdot \varepsilon_{cp} - (\chi_1 - \chi_0) \cdot y_i}{1 + \chi_0 \cdot y_i}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{cp}$  – относительная деформация растяжения линии, соответствующей средней линии сляба (см. рис. 2, а).

Переходя к аналитическому описанию функциональной связи  $\sigma_Y(\varepsilon_Y)$ , введем дополнительное понятие остаточной степени деформации, определяемое с учетом известного значения модуля упругости материала  $E_i$ :

$$\varepsilon_{ост} = \varepsilon_{y_i} - \sigma_{y_i} / E_i, \quad (7)$$

а так же дополнительные понятия напряжений текучести материала заготовки при ее растяжении и сжатии, имеющих по аналогии с нормальными напряжениями  $\sigma_Y$  соответственно, положительные и отрицательные значения.

При разработке математической модели учитывалось изменение механических свойств в зависимости от температуры  $t_{y_i}$  реализуемого процесса, а именно модуля упругости  $E_i$  [3] и напряжения текучести  $\sigma_{t_{y_i}}$  [4]:

$$E_i = \left[ E_0 + a_1 \left( \frac{t_{y_i}}{1000} \right) + a_2 \left( \frac{t_{y_i}}{1000} \right)^2 + a_3 \left( \frac{t_{y_i}}{1000} \right)^3 \right] \cdot 10^5, \quad (8)$$

где  $E_0$  – опорное значение модуля упругости материала листа, определяемое при комнатной температуре;

$a_1, a_2, a_3$  – значения коэффициентов регрессии, характеризующих влияние температуры на величину модуля упругости;

$$\sigma_{t_{y_i}} = \sigma_{t_0} \exp[\alpha_t (t_{y_i} - t_0)], \quad (9)$$

где  $\sigma_{t_0}$  – напряжение текучести, определяемое при температуре  $t_0 = 1000^\circ C$ ;

$\alpha_t$  – коэффициент, характеризующий влияние температуры на величину напряжения текучести.

Регрессионное описание зависимостей модуля упругости от температуры для различных сталей производили на основе стандартных программ интерполирования, реализующих метод наименьших квадратов [5], а оценку степени достоверности полученных теоретических решений осуществляли путем статистической обработки с использованием массивов соотношений расчетных и эмпирических данных, то есть путем определения средних выборочных значений и доверительных интервалов применительно к соответствующим массивам. В процессе обработки строились эмпирические распределения модуля упругости для различных сталей при различных значениях температуры [6], а также единая кривая.

Для данной кривой выведено обобщенное уравнение регрессии в виде полинома третьей степени:

$$E_i = \left[ 2,1 - 0,628 \cdot \left( \frac{T_i}{1000} \right) + 0,83 \cdot \left( \frac{T_i}{1000} \right)^2 - 1,458 \cdot \left( \frac{T_i}{1000} \right)^3 \right] \cdot 10^5, \text{ МПа.} \quad (10)$$

Процесс кристаллизации непрерывного слитка в технологической линии МНЛЗ можно разбить на три характерные стадии: затвердевание в кристаллизаторе, затвердевание в зоне вторичного охлаждения и формирование макроструктуры в зоне окончательного затвердевания. В зоне окончательного затвердевания жидкая фаза составляет 10–30 % площади поперечного сечения заготовки, что необходимо учитывать при распределении напряжений по сечению. При ( $|y_i| < h/2 - \delta$ ):  $\sigma_{y_i} = 0$  (см. рис. 2).

Полученные аналитические выражения при одновременном указании диапазонов их возможного использования, определяемых количественно соответствующим показателям степени деформации  $\varepsilon_Y$ , сведены в табл. 1.

Таблица 1

Зависимости для определения напряжений и деформаций при правке НЛЗ изгибом

Параметр	Характер нагружения металла		
	Упругопластическое растяжение	Упругая деформация	Упругопластическое сжатие
$\varepsilon_Y$	$\varepsilon_Y^{(+)} > \varepsilon_{ocm}(i) + \sigma_R(i)/E_i$	$\varepsilon_Y^{(+)} \leq \varepsilon_{ocm}(i) + \sigma_R(i)/E_i$ $\varepsilon_Y^{(-)} \leq \varepsilon_{ocm}(i) + \sigma_S(i)/E_i$	$\varepsilon_Y^{(-)} < \varepsilon_{ocm}(i) + \sigma_S(i)/E_i$
$\sigma_Y$	$\sigma_R(i)$	$E_i(\varepsilon_Y(i) - \varepsilon_{ocm}(i))$	$\sigma_S(i)$
$\varepsilon_{ocm}$	$\varepsilon_Y(i) - \sigma_Y(i)/E_i$	$\varepsilon_{ocm}(i)$	$\varepsilon_Y(i) - \sigma_Y(i)/E_i$

Представленные зависимости (см. табл. 1) в сочетании с организацией численного интегрирования:

$$T_y = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot \Delta h; \quad (11)$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n \sigma_y \cdot y_i \cdot \Delta h \quad (12)$$

составили полный алгоритм по автоматизированному расчету напряженно-деформированного состояния при реализации процесса правки слябов изгибом. Показатели относительной деформации слоя, соответствующего координате центра тяжести рассматриваемого сечения для упругопластической нагрузки  $\varepsilon_{cpk}$  и разгрузки  $\chi_{ocm(k+1)}$ ;  $\varepsilon_{ocm(k+1)}$  определяли на основе дополнительной итерационной процедуры, аналитическое описание которой имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{cpk} = \varepsilon_{cpk} - T_{y_k} / (E_{Mc} \cdot F_S); \quad (13)$$

$$\varepsilon_{ocm(k+1)} = \varepsilon_i - \sigma_i / E_i; \quad (14)$$

$$\chi_{ocm(k+1)} = \chi_{ocmk} - M_{y_i} / (E_{Mc} \cdot J_S), \quad (15)$$

где  $k$  – порядковый номер очередного цикла итерационной процедуры решения;

$F_S, J_S$  – площадь и момент инерции поперечного сечения заготовки.

Для оценки степени сходимости итерационных процедур решения (12) – (14) использовали следующее условие:

$$\delta_k = \left| T_{y_k} / h \right| + \left| M_{y_k} / h^2 \right| \leq 0,01. \quad (16)$$

С точки зрения математической постановки решение задачи по автоматизированному проектированию технологических режимов процесса правки слябов изгибом сводится к определению прогибов  $W$  при упруго-пластическом нагружении, обеспечивающих требуемую кривизну готовой металлопродукции  $\chi_{ocm}$  по мере упругопластической разгрузки. В качестве целевой функции при решении данной задачи была использована математическая модель (1)–(16), а для определения требуемого значения  $W$  использовали метод целенаправленного перебора вариантов, имеющий следующий вид:

$$W_{(k+1)} = W_k + A_W, \quad (17)$$

где  $A_W$  – шаг изменения величины прогиба опорной системы.

С учетом количественного представления шага изменения  $A_W$  решение условия (17) было сведено к виду:

$$W_{(k+1)} = W_k + 0,5(\text{мм}) \text{ при } |\Delta| > [\Delta]. \quad (18)$$

В первом цикле в качестве опорного значения было принято  $W_k|_{k=1} = 0,5$ .

В качестве примеров результатов численной реализации полученной математической модели и соответствующих ей программных средств на рис. 3 представлены расчетные распределения основных компонент напряженно-деформированного состояния металла по высоте поперечного сечения сляба, подвергаемой правке изгибом, а также расчетные зависимости остаточной кривизны от поперечного сечения и температуры заготовки (рис. 4). Данные расчеты были выполнены применительно к правке сляба толщиной 200 мм из стали 45 с исходной кривизной  $\chi_o = 0,14$  1/м (по действующим стандартам соответствует стреле прогиба  $\Delta_o = 17,5$  мм/пог.м). При величине перекрытия  $W = 5$  мм остаточная кривизна составила  $\chi_{ocm} = 5 \cdot 10^{-4}$  1/м ( $\Delta_{ocm} = 0,25$  мм/пог.м).

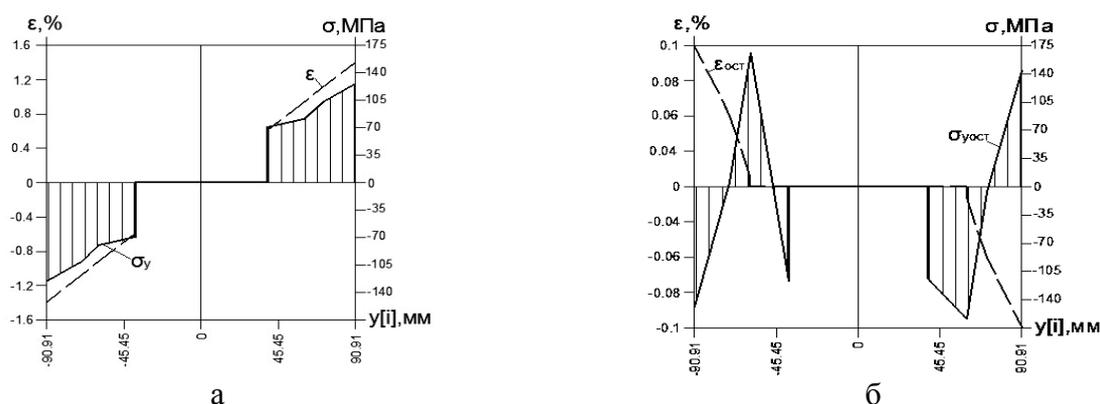


Рис. 3. Расчетные распределения результирующих характеристик процесса правки слябов изгибом:

а – упруго-пластическое нагружение; б – разгрузка

Анализируя полученные результаты, было установлено, что при увеличении прогиба средним валком  $W$  результирующая кривизна  $\Delta_{ocm}$  сначала уменьшается до определенной величины, а затем, при дальнейшем увеличении прогиба, результирующая кривизна растет (см. рис. 5).

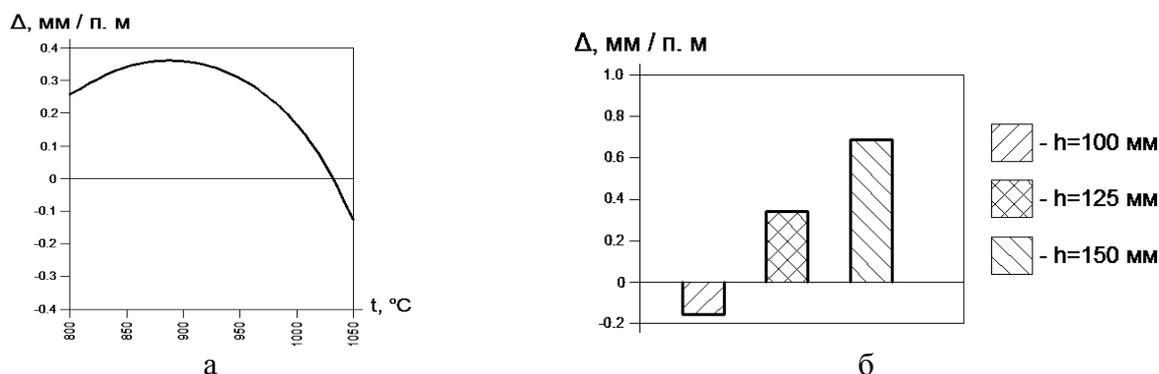


Рис. 4. Влияние температуры (а) и размеров поперечного сечения (б) на результирующую кривизну слябов

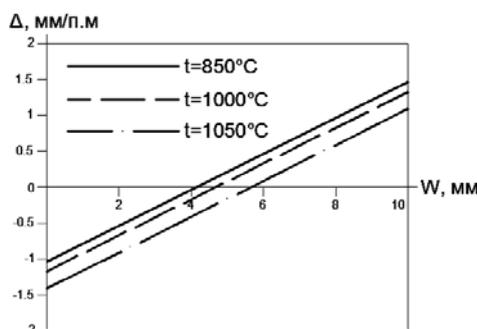


Рис. 5. Расчетные зависимости результирующей кривизны сляба  $\Delta_{ост}$  от прогиба средним валком  $W$  при различных температурах поверхности заготовки

## ВЫВОДЫ

Из анализа представленных распределений является очевидным, что в самом общем случае распределения напряжений  $\sigma_Y$  и деформаций  $\varepsilon_Y$  при упругопластическом нагружении и, особенно, после разгрузки носят довольно сложный характер, определяемый влиянием целого ряда факторов. Отмеченное подтверждает правомерность реализации численного подхода, позволяющего учесть реальный характер распределения во времени геометрических параметров слябов, подвергаемых правке изгибом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Машины непрерывного литья заготовок / Л. В. Буланов, Л. Г. Корзулин, Е. П. Парфенов, Н. А. Юровский, В. Ю. Авдонин. – Екатеринбург : Уральский центр ИП и рекламы, 2003. – 320 с.
2. Одномерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния при правке растяжением с изгибом / В. И. Дунаевский, В. А. Самойлов, А. В. Сатонин, А. Б. Егоров // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1994. – № 9. – С. 44–47.
3. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. В 2 т. Т. 1. Металловедение и термическая обработка стали / Я. Б. Фридман. – М. : Машиностроение, 1974. – 472 с.
4. Коновалов Ю. В. Расчет параметров листовой прокатки / Ю. В. Коновалов, А. Л. Остапенко, В. И. Пономарев. – М. : Металлургия, 1986. – 430 с.
5. Бронштейн И. Н. Справочник по математике : для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1981. – 720 с.
6. Гаврильченко О. А. Численная математическая модель и программные средства по автоматизированному расчету процесса правки толстых листов многоролковых правильных машин / О. А. Гаврильченко, А. И. Титаренко, А. В. Шестопалов // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – 2008. – № 8 (126). – С. 119–123.

Федоринов В. А. – канд. техн. наук, проф. ДГМА;  
 Гаврильченко О. А. – ассистент ДГМА;  
 Завгородний А. В. – аспирант ДГМА;  
 Зеленский А. С. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua